

## Doctorat en mathématiques

**Téléphone :** 514 987-7748  
**Courriel :** cyc.sup.math@uqam.ca

Code	Titre	Grade	Crédits
3673	Doctorat en mathématiques	Philosophiae Doctor, Ph.D.	90

<b>Trimestre(s) d'admission</b>	Automne Hiver
<b>Contingent</b>	Programme non contingenté
<b>Régime et durée des études</b>	Temps complet seulement : 4 ans
<b>Campus</b>	Campus de Montréal
<b>Organisation des études</b>	Cours offerts le jour

### OBJECTIFS

Ce programme de troisième cycle a comme objectif la formation de chercheurs scientifiques et l'avancement des connaissances en mathématiques dans certains domaines de pointe. Le programme vise également l'application des connaissances mathématiques à la résolution de problèmes dans des domaines variés, par exemple la physique théorique, l'optimisation combinatoire, l'algorithmique, l'informatique fondamentale, l'analyse statistique, etc.

Ce programme comporte quatre concentrations:

1. concentration en mathématiques combinatoires
2. concentration en géométrie différentielle et topologie
3. concentration en informatique mathématique
4. concentration en statistique.

### CONDITIONS D'ADMISSION

Le candidat doit être titulaire d'une maîtrise en mathématiques ou l'équivalent obtenue avec une moyenne cumulative d'au moins 3,2 sur 4,3 ou l'équivalent ou être titulaire d'un grade de bachelier et posséder les connaissances requises et une formation appropriée.

Exceptionnellement, le candidat qui a obtenu sa maîtrise ou l'équivalent avec une moyenne cummulative inférieure à 3,2 sur 4,3 mais égale ou supérieure à 2,8 sur 4,3 ou l'équivalent, peut être admis après études de son dossier.

Exceptionnellement, un candidat dont la formation en mathématiques n'est pas pertinente au programme peut être accepté après avoir réussi un examen d'admission portant sur des connaissances générales acquises en mathématiques. Le cas échéant, ce candidat pourra se voir imposer des cours d'appoint dans la concentration choisie. Tout candidat doit présenter, avec sa demande, un avant-projet de recherche pour sa thèse.

#### Capacité d'accueil

Le programme n'est pas contingenté.

Compte tenu des ressources disponibles et de la nature du programme, le sous-comité d'admission et d'évaluation pourra, si cela s'avère nécessaire, limiter le nombre de candidats.

#### Trimestre d'admission (information complémentaire)

Admission aux trimestres d'automne et d'hiver.

#### Méthode et critères de sélection

Évaluation du dossier académique et des lettres de recommandation.

Une entrevue avec le sous-comité d'admission et d'évaluation pourra être exigée dans certains cas.

#### Régime et durée des études

Temps complet seulement: quatre ans

### COURS À SUIVRE

(Sauf indication contraire, les cours comportent 3 crédits. Certains cours ont des préalables. Consultez la description des cours pour les connaître.)

#### CONCENTRATION EN MATHÉMATIQUES COMBINATOIRES

##### Cours et séminaires (18 crédits)

Six cours choisis dans la liste a), b), c), d), e) dont au moins deux dans la liste b) et au moins deux cours de séminaire à contenu variable MAT995X.

#### CONCENTRATION EN GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE ET TOPOLOGIE

##### Cours et séminaires (dix-huit crédits)

Six cours choisis dans la liste a), b), c), d), e) dont au moins deux dans la liste c) et au moins deux cours de séminaire à contenu variable MAT993X.

#### CONCENTRATION EN INFORMATIQUE MATHÉMATIQUE

##### Cours et séminaires (18 crédits)

Six cours choisis dans la liste a), b), c), d), e) dont au moins deux dans la liste d) et au moins deux cours de séminaire à contenu variable INF994X.

#### CONCENTRATION EN STATISTIQUE

##### Cours et séminaires (18 crédits)

Six cours choisis dans la liste a), b), c), d), e) dont au moins deux dans la liste e) et au moins deux cours de séminaire à contenu variable MAT998X.

Note : Pour chacune des concentrations, les cours à suivre peuvent être remplacés par tout autre cours choisi avec l'accord de la direction de recherche (de l'étudiante, de l'étudiant) et de la direction de programme.

#### a)

BIF7002 Séminaire interdisciplinaire de bio-informatique  
 BIF7100 Ressources bioinformatiques et bioinformatique séquentielle  
 BIF7101 Bioinformatique des structures  
 INF7440 Conception et analyse des algorithmes  
 INF8340 Sémantique des langages de programmation  
 INF8881 Séminaire de maîtrise en informatique I  
 INF8882 Séminaire de maîtrise en informatique II  
 INF994X Séminaire d'informatique mathématique  
 MAT7000 Théorie des catégories  
 MAT7010 Analyse fonctionnelle et harmonique  
 MAT7020 Théorie des nombres  
 MAT7030 Topologie générale  
 MAT7032 Topologie algébrique I  
 MAT7050 Indécidabilité, langages et automates  
 MAT7070 Mesure et probabilités  
 MAT7081 Inférence statistique I  
 MAT7100 Théorie des anneaux  
 MAT7113 Surfaces de Riemann  
 MAT7200 Algèbre homologique  
 MAT7213 Équations aux dérivées partielles  
 MAT7281 Sondages  
 MAT7352 Combinatoire I  
 MAT7381 Modèles de régression  
 MAT7400 Représentation des groupes  
 MAT7410 Groupes et algèbres de Lie  
 MAT7431 Géométrie et combinatoire  
 MAT7441 Algorithmes en combinatoire  
 MAT7560 Optimisation combinatoire  
 MAT7600 Algèbre  
 MAT7610 Analyse  
 MAT8001 Géométrie algébrique et algèbre commutative  
 MAT8031 Topologie différentielle  
 MAT8081 Analyse statistique multivariée  
 MAT8100 Calcul des variations  
 MAT8131 Géométrie différentielle  
 MAT8181 Séries chronologiques  
 MAT8230 Topologie algébrique II  
 MAT8280 Inférence dans les processus stochastiques  
 MAT8380 Plans d'expériences  
 MAT8480 Méthodes non paramétriques  
 MAT8581 Analyse de données multidimensionnelles  
 MAT8780 Principes de simulation  
 MAT8880 Consultation statistique  
 MAT8881 Séminaire de maîtrise en mathématique I  
 MAT8882 Séminaire de maîtrise en mathématique II  
 MAT8886 Séminaire de maîtrise en statistique I  
 MAT898X Séminaire de biostatistique  
 MAT993X Séminaire de géométrie différentielle et topologie  
 MAT995X Séminaire de combinatoire  
 MAT998X Séminaire de statistique  
 STT8330 Théorie de l'apprentissage statistique

#### b)

MAT9351 Combinatoire II  
 MAT9400 Algèbre et combinatoire  
 MAT9410 Analyse et combinatoire

#### c)

MAT9130 Géométrie symplectique  
 MAT9231 Géométrie riemannienne  
 MAT9330 Théories cohomologiques  
 MAT9430 Topologie des 3-variétés

#### d)

INF9340 Logique computationnelle

INF9540 Géométrie computationnelle

MAT9140 Codes à longueur variable

#### e)

MAT9180 Analyse de survie  
 MAT9381 Méthodes asymptotiques en statistique  
 MAT9480 Statistique bayésienne et bayésienne empirique  
 MAT9580 Analyse de données discrètes

#### Examen (écrit) de synthèse (6 crédits):

MAT9012 (Examen de synthèse; écrit) Partie générale  
 MAT9013 (Examen de synthèse; oral), Partie spécialisée

L'examen préfectoral comporte deux parties : la partie mathématiques générales et la partie spécialisée. La partie mathématiques générales vise à vérifier si les étudiants ont une connaissance adéquate de notions de mathématiques élémentaires faisant partie de la culture générale dans le domaine. La partie spécialisée vise à vérifier si les étudiants ont une connaissance adéquate des notions du domaine de spécialisation qu'ils ont choisi pour leurs études doctorales.

Partie mathématiques générales: Dans le but de mieux évaluer les connaissances générales du domaine d'études doctorales de chaque étudiant, ce dernier choisit au préalable 2 thèmes pour son examen général et se présente donc uniquement à deux plages horaires prévues pour l'examen général. La matière sur laquelle porte l'examen couvre des notions abordées dans des cours de premier cycle. La note de passage est de 50% pour cette partie mathématiques générales. Les questions posées ont des niveaux de difficultés variables. Partie spécialisée: Dans le but de mieux évaluer chaque étudiant dans son domaine de spécialisation, l'examen spécialisé consiste en une présentation orale suivie d'une période de questions générales et spécifiques autour d'une thématique de recherche de l'étudiant. Un comité de trois professeurs, incluant soit un directeur ou co-directeur ainsi que deux évaluateurs indépendants, est formé dans le but d'identifier la thématique à choisir en lien avec les travaux de l'étudiant, et de procéder à l'évaluation orale. Le comité informe la direction de programme de ses conclusions en soumettant un bref rapport après l'examen oral.

Remarque : Les activités au choix dans ce programme et énumérées ci-dessus ne peuvent être offertes à chacun des trimestres (automne, hiver ou été). Par conséquent, elles sont réparties sur plusieurs trimestres et sont donc offertes en alternance d'un trimestre, voire d'une année à l'autre.

#### Thèse (66 crédits)

La thèse de doctorat doit apporter une contribution originale en mathématiques et dans la concentration choisie par l'étudiant. Ce dernier sera encouragé à publier, seul ou en collaboration, ses résultats dans des revues scientifiques spécialisées.

## CHAMPS DE RECHERCHE

Combinatoires  
 Géométrie différentielle et topologie  
 Didactique des mathématiques  
 Statistiques  
 Actuariat  
 Probabilité  
 Informatique mathématique

## FRAIS

Pour les fins d'inscription et de paiement des frais de scolarité, ce programme est rangé dans la classe B.

## DESCRIPTION DES COURS

### BIF7002 Séminaire interdisciplinaire de bio-informatique

Ce séminaire vise à favoriser le rapprochement des étudiants et professeurs des disciplines de biologie, biochimie, mathématiques et

informatique. Les étudiants seront amenés à s'intéresser à la littérature scientifique des disciplines constitutives de la bio-informatique, peu importe leur spécialité. Ils devront montrer qu'ils peuvent comprendre l'idée générale et un certain nombre de points importants d'un article ou d'une conférence, que l'article porte sur une découverte en biologie moléculaire, en informatique ou en bioinformatique.

**BIF7100 Ressources bioinformatiques et bioinformatique séquentielle**

**Objectifs**

Ce cours vise à étudier des algorithmes, techniques et ressources logicielles appliquées aux séquences en biologie moléculaire (structures primaires de l'ADN et des protéines).

**Sommaire du contenu**

Comparaison et alignements (simples et multiples) de séquences (ADN, protéines). Applications à la recherche dans les bases de données. Principaux outils de recherche existants et disponibles en ligne. Ressources en biologie sur le Web, dont les grandes bases de données. Séquençage et assemblage de biomolécules (ADN, ARN, protéines). Introduction aux biopuces. Prédiction et annotation des séquences fonctionnelles. Épissage alternatif. Réarrangements et comparaison de génomes.

**BIF7101 Bioinformatique des structures**

**Objectifs**

Ce cours vise à étudier des algorithmes, techniques et ressources logicielles appliquées aux structures en biologie moléculaire (arbres de phylogénie, structures tridimensionnelles des familles de protéines, réseaux).

**Sommaire du contenu**

Construction des arbres de phylogénie. Prédiction de la structure secondaire de l'ARN et algorithmes de repliement. Comparaison des structures secondaires de l'ARN. Structures des protéines (secondaire, tertiaire, quaternaire). Classification des protéines. Interactions entre protéines. Visualisation des protéines. Simulation des voies de régulation. Ordinateurs biologiques.

**INF7440 Conception et analyse des algorithmes**

Rappels sur l'analyse des algorithmes: notations asymptotiques, types d'analyse (pire cas, cas moyen), équations de récurrence et techniques de résolution. Stratégies de conception d'algorithmes séquentiels (diviser pour régner, programmation dynamique, algorithmes voraces): algorithmes déterministes d'exploration d'espaces combinatoires (marche arrière, avec séparation et évaluation progressive). Sujets divers: Algorithmes parallèles, algorithmes probabilistes (méthode Monte-Carlo, chaînes de Markov), heuristiques et algorithmes d'approximation pour problèmes difficiles.

**INF8340 Sémantique des langages de programmation**

Grammaires attribuées et algorithmes d'évaluation. Principaux modèles sémantiques: opératoire, dénotationnel et axiomatique. Applications à l'automatisation, la récupération d'erreur et la preuve de programmes.

**INF8881 Séminaire de maîtrise en informatique I**

Ce séminaire a pour but de favoriser l'accès à divers domaines spécialisés ou nouveaux en informatique ainsi que l'initiation à la recherche.

**INF8882 Séminaire de maîtrise en informatique II**

Ce séminaire a pour but de favoriser l'accès à divers domaines spécialisés ou nouveaux en informatique ainsi que l'initiation à la recherche.

**INF9340 Logique computationnelle**

Déduction et calcul, déduction naturelle, logique linéaire, lambda calcul, combinateurs, catégories cartésiennes fermées, théorie des types, théorie des constructions, mécanisation des logiques d'ordre supérieur, procédures de décision, heuristiques, mathématiques constructives. Applications: programmation fonctionnelle, programmation logique, démonstration de théorèmes assistée par ordinateur, langages formels

de spécifications.

**INF9540 Géométrie computationnelle**

Calcul d'enveloppes convexes et applications: calcul de l'enveloppe convexe d'un nombre fini de points du plan Algorithmes de balayage et du type «diviser et régner» Versions dynamiques du problème de l'enveloppe convexe Calcul d'enveloppes convexes pour des ensembles de points appartenant à  $\mathbb{R}^N$ , ou  $N \geq 3$ . Calcul de l'enveloppe convexe d'un polygone Applications à la statistique (calcul du diamètre d'un ensemble fini de points) Problèmes de proximité Algorithmes du type «diviser pour régner» pour résoudre le problème du plus court segment Diagramme de Voronoï Arbres de recouvrement minimaux dans le plan Problème du voyageur de commerce dans le plan Triangulations planaires Triangulations «gloutonnes» Calcul de l'intersection ou de la réunion d'une collection d'objets géométriques: problèmes de visualisation (lignes ou faces cachées) Intersection d'une collection de polygones convexes Intersection d'une collection de segments de droites Géométrie des rectangles et applications à la conception de circuits VLSI Calcul du contour d'une collection de rectangles Intersections de rectangles

**INF994X Séminaire d'informatique mathématique**

Ce séminaire a pour but de favoriser les activités de recherche, l'éclosion et la diffusion d'idées nouvelles en mathématique informatique. Il comporte normalement au moins un exposé par étudiant inscrit.

**MAT7000 Théorie des catégories**

Catégories. Foncteurs. Transformations naturelles. Limites et foncteurs adjoints. Monades, catégories algébriques. Préfaisceaux et faisceaux. Topos. 2-catégories.

**MAT7010 Analyse fonctionnelle et harmonique**

Définition et propriétés élémentaires des espaces de Banach et de Hilbert. Applications linéaires bornées. Théorème de Hahn-Banach. Théorème de Banach-Steinhaus. Convexités. Opérateurs compacts. Algèbre de Banach. Théorie de Gelfand. Analyse harmonique sur les groupes commutatifs localement compacts.

**MAT7020 Théorie des nombres**

Aspects algébriques: corps finis, équations sur un corps fini, théorème de Chevalley-Waring, loi de réciprocité quadratique. Entiers p-adiques, nombres p-adiques. Symbole de Hilbert. Formes quadratiques, formes quadratiques entières, sommes de 2, 3 ou 4 carrés. Aspects analytiques: factorisation, suites de Farey, approximation des irrationnels par des rationnels, fonctions arithmétiques, théorème de Minkowski, théorie des nombres premiers, théorème de Dirichlet sur les nombres premiers en progression arithmétique, la fonction zeta de Riemann et ses liaisons avec le raffinement du théorème sur la distribution des nombres premiers. Formes modulaires. Ensembles diophantiens, théorème de Matiyasevic.

**MAT7030 Topologie générale**

Définitions fondamentales. Filtes et suites généralisées. Applications continues. Axiomes de séparation. Espaces compacts. Méthodes de définition d'une topologie. Connexion. Espaces produits. Structures uniformes. Espaces métriques. Théorème de Baire.

**MAT7032 Topologie algébrique I**

Groupe fondamental. Théorie des revêtements. Groupes d'homotopie de dimensions supérieures. Homologie singulière relative, homologie simpliciale, théorème d'approximation simpliciale. Relation entre le groupe fondamental et le premier groupe d'homologie. Théorème d'excision. Suite exacte de Mayer-Vietoris. Homologie des sphères, degré des applications entre sphères, applications. Théorème de Jordan-Brouwer. Complexes C.W. et discussion des théorèmes de base de la théorie de l'homotopie: théorème de Whitehead, théorème de Hurewicz. Homologie cellulaire, caractéristique d'Euler. Le théorème de point fixe de Lefschetz.

**MAT7050 Indécidabilité, langages et automates**

Notions générales sur les fonctions récursives. Méthode générale de

démonstration de l'indécidabilité des théories. Automates, machines séquentielles.

#### **MAT7070 Mesure et probabilités**

Tribus et variables aléatoires. Théorie de l'intégration: théorème de Lebesgue, espace  $L_p$ , théorème de Fubini. Construction de mesures, mesure de Radon. Indépendance. Conditionnement.

#### **MAT7081 Inférence statistique I**

Espérance conditionnelle. Prédiction. Modèles statistiques, familles exponentielles, exhaustivité. Méthodes d'estimation: maximum de vraisemblance, moindres carrés etc. Optimalité: estimateurs sans biais à variance minimum, inégalité de l'information. Propriétés asymptotiques des estimateurs. Intervalles de confiance et précision. Éléments de base de la théorie des tests. Probabilité critique, puissance en relation avec la taille d'échantillon. Relation entre tests et intervalles de confiance. Tests pour des données discrètes.

#### **MAT7100 Théorie des anneaux**

Généralités sur les anneaux: idéaux et homomorphismes, somme sous-directe. Anneaux et modules. Radical premier. Théorème de Wedderburn-Artin. Radical de Jacobson.

#### **MAT7113 Surfaces de Riemann**

Généralités: définitions et exemples de surfaces de Riemann. Les applications holomorphes et méromorphes, leurs propriétés fondamentales. Topologie (classification des surfaces, cohomologie de Čech). Théorie algébrique: faisceaux et cohomologie. Fibrés et formes différentielles. Résolution fine d'un faisceau, théorèmes de De Rham et Dolbeault. Théorèmes de finitude. Diviseurs et fibrés en droites. Théorème de Riemann-Roch. Dualité de Serre. Théorème de Abel-Jacobi. Théorie géométrique: théorème d'uniformisation. Classification des courbes elliptiques (surfaces de Riemann de genre 1). Métrique de Poincaré et surfaces hyperboliques. Notions de théorie de Teichmüller.

#### **MAT7200 Algèbre homologique**

Modules; suites exactes; complexes de chaînes homologie d'un complexe de chaînes; homologie simpliciale et singulière; cohomologie; formule des coefficients universels; foncteurs Tor et Ext; formule de Künneth; anneau de cohomologie singulière.

#### **MAT7213 Équations aux dérivées partielles**

Équations elliptiques et paraboliques. Équations de Kolmogorov, directe et rétrograde. Noyau de la chaleur. Conditions initiales et aux frontières. Fonctions harmoniques et sous-harmoniques. Problème de Dirichlet. Solutions probabilistes. Formule de Feynman-Kac. Principe du maximum. Stabilité. Méthode de séparation des variables. Décomposition spectrale d'un opérateur elliptique. Méthode des différences finies.

#### **MAT7281 Sondages**

Optimalité des stratégies d'échantillonnage; échantillonnage avec probabilités inégales; estimateurs d'Horvitz-Thompson et estimateur de Yates et Grundy. Échantillonnage double; application à l'échantillonnage stratifié.

#### **MAT7352 Combinatoire I**

Revue des fonctions élémentaires de dénombrement, ensembles pondérés, démonstrations bijectives et involutives,  $q$ -analogues. Séries génératrices ordinaires, partages d'entiers,  $q$ -séries, nombres de Fibonacci généralisés, séries rationnelles, nombres entiers. Séries génératrices exponentielles, théorie des espèces de structures, structures de données définies par des équations fonctionnelles, formule d'inversion de Lagrange, espèces pondérées, application aux polynômes orthogonaux. Théorie de Polya-Joyal, séries indicatrices, théorèmes de composition, application au dénombrement de types de graphes et d'arbres. Inversion de Möbius dans les ensembles partiellement ordonnés et dans les monoïdes et catégories de Möbius, monoïdes partiellement commutatifs, empilement de cycles, application aux identités matricielles.

#### **MAT7381 Modèles de régression**

Théorie des modèles linéaires généraux. Théorie des modèles linéaires généralisés. Régression logistique. Modèles log-linéaires.

#### **MAT7400 Représentation des groupes**

Représentations linéaires des groupes finis. Sous-représentations, théorème de Maschke; représentations irréductibles. Théorie des caractères. Décomposition en composantes isotypiques. Produits tensoriels; représentation induites. Représentations linéaires des groupes compacts. Exemples: groupes cycliques, diédraux, symétriques: tores, groupes de rotations.

#### **MAT7410 Groupes et algèbres de Lie**

Définitions, exemples et propriétés de base des groupes et algèbres de Lie. Classification et structure des algèbres de Lie semi-simples. Décomposition de Cartan: algèbres de Lie réelles. Formule des caractères de Weyl. Représentations orthogonales et symplectiques.

#### **MAT7431 Géométrie et combinatoire**

Géométries finies: treillis géométriques. Ensembles partiellement ordonnés, extensions linéaires; complexes simpliciaux associés. Propriétés de Sperner; théorèmes de Dilworth et de Greene. Aspects combinatoires de la topologie algébrique. Configurations combinatoires; applications aux statistiques.

#### **MAT7441 Algorithmes en combinatoire**

Représentation informatisée des structures combinatoires (permutations, partitions, compositions, etc). Génération exhaustive et aléatoire de ces structures. Algorithme de Robinson-Schensted. Arbres binaires de recherche; structures de données. Algorithmes sur les graphes: calcul de polynômes associés aux graphes. Algorithmes de coloration et de planarité.

Préalables académiques

MAT7352 Combinatoire I

#### **MAT7560 Optimisation combinatoire**

Révision de l'algorithme du simplexe et de la théorie de la dualité. Problèmes classiques de l'optimisation combinatoire: flot maximum, couplage maximal, arbre minimal dans un graphe; problème du voyageur de commerce. Programmation linéaire en nombres entiers. Étude de la complexité des algorithmes introduits.

#### **MAT7600 Algèbre**

Lemme de Zorn. Catégories et foncteurs: notions et exemples de base: catégories de structures mathématiques, monoïde, catégorie des ensembles; section, rétraction, exemples géométriques et algébriques. Foncteurs et transformations naturelles: exemples de base, catégories de foncteurs. Équivalence de catégories: exemples de base. Modules. Théorèmes d'homomorphisme et d'isomorphisme. Sommes et produits directs, modules libres. Modules de type fini sur un anneau principal et applications aux formes canoniques des matrices. Modules noéthériens et artiniens: exemples et propriétés de base. Modules indécomposables, théorème de Krull-Schmidt. Anneaux et polynômes: nilradical et localisation; élimination classique, ensembles algébriques, théorème des zéros de Hilbert. Théorie des corps: groupe de Galois, résolution par radicaux; indépendance algébrique, degré de transcendance, dimension des ensembles algébriques irréductibles; corps ordonnables, 17e problème de Hilbert.

#### **MAT7610 Analyse**

Espaces métriques. Espaces de Banach: définition; exemples ( $\mathbb{R}^n$ ,  $C([0, 1])$ ...); applications linéaires continues. Calcul différentiel: dérivabilité; inversion locale; dérivée seconde, extremums; dérivée d'ordre supérieur; formule de Taylor. Sous-variétés: définition; exemples; extremum d'une fonction sur une sous-variété. Tribu de parties d'un ensemble. Mesures positives. Fonctions intégrables. Théorèmes de convergence. Théorème de convergence dominée; applications. Espaces LP. Théorème de Radon-Nikodym. Théorème de Fubini. Changement de variable. Théorème de Riesz. Espaces de Hilbert séparables: base hilbertienne, existence; exemple; analyse de Fourier. Opérateurs compacts: théorème de Fredholm; application aux équations intégrales; application au problème de Sturm-Liouville.

**MAT8001 Géométrie algébrique et algèbre commutative**

Anneaux de polynômes. Théorème de base et théorème des zéros de Hilbert, élimination classique. Dimension de Krull des anneaux. Localisation dans les anneaux. Variétés affines et projectives. Topologie de Zariski. Composantes irréductibles. Dimension de Krull. Schémas affines et projectifs. Paysage du local au global. Degré et multiplicité d'intersection. Théorème de Bezout pour les courbes planes et généralisations. Méthodes algorithmiques: bases de Gröbner, calcul avec les idéaux, calcul de dimension, de genre, de résolutions libres minimales à l'aide de logiciels.

**MAT8031 Topologie différentielle**

Variétés et applications différentiables. Sous-variétés, homotopie régulière et isotopie, difféotopie, théorèmes d'extension, théorème de Cerf. Structures différentiables exotiques et homotopie des groupes de difféomorphismes. Théorème de Sard, espaces de jets, topologie de Whitney et théorèmes de transversalité. Introduction au h-principe et applications à la théorie de Morse et de Hirsch. Stabilité, théorème de Mather, formes normales des singularités stables en petite dimension, exemples. Invariants et stratification de Thom-Boardman.

**MAT8081 Analyse statistique multivariée**

Étude des distributions échantillonnables classiques: T2 de Hotelling; loi de Wishart; distribution des valeurs et des vecteurs propres; distribution des coefficients de corrélation. Analyse de variance multivariée. Test d'indépendance de plusieurs sous-vecteurs. Test de l'égalité de matrices de covariance. Sujets spéciaux.

**MAT8100 Calcul des variations**

Calcul différentiel sur les variétés de Banach: théorème du rang constant, dérivées d'ordre supérieur, théorème de Sard-Smale, théorie de Fredholm. Exemples: géodésiques sur une variété riemannienne compacte, réduction à la dimension finie (géodésiques brisées). Calcul des variations classiques: équation d'Euler-Lagrange, d'Hamilton-Jacobi, fonctionnelles d'énergie et d'aire. Exemples: fonctions harmoniques, variétés minimales. Théorie de Morse en dimension infinie, condition de Palais-Smale. Théorie du degré de Leray-Schauder. Introduction aux catégories de Lusternik-Schnirelmann. Indice relatif des fonctionnelles dont le sous-espace défini négatif aux points critiques est de dimension infinie. Exemples: fonctionnelle d'action, indice de Conley-Zehnder, indice relatif de Viterbo-Floer. Perte de Palais-Smale et perte de compacité: introduction au phénomène de «bubbling off» dans divers contextes (fonctions harmoniques, courbes pseudoholomorphes).

**MAT8131 Géométrie différentielle**

Rappels de topologie et d'analyse. Variétés et applications différentiables, fibré tangent et différentielle d'une application. Théorème du rang constant et formes normales. Partition de l'unité et applications. Transversalité, théorème de Sard et énoncé du théorème de Thom. Tenseurs et formes différentielles, dérivée de Lie et dérivée extérieure. Intégration sur les variétés, théorème de Stokes. Distributions, théorème de Frobenius, feuilletages, Fibrés vectoriels et principaux, les connexions comme systèmes différentiels.

**MAT8181 Séries chronologiques**

Généralités sur les processus stochastiques. Processus stationnaires. Représentation de la fonction de covariance. Densité spectrale. Filtre. Estimation de la fonction de covariance. Estimation de la densité spectrale. Estimation des paramètres et prédiction pour des processus autorégressifs et des processus à moyenne mobile. Sujets spéciaux.

**MAT8230 Topologie algébrique II**

Homologie avec coefficients, théorème des coefficients universels. Cohomologie singulière, théorème de coefficients universels pour la cohomologie. Produits, théorème de Künneth. Orientation et dualité dans les variétés. Axiomes d'Eilenberg-Steenrod. Cohomologie de de Rham, de Čech, d'Alexander. Théorème de de Rham. Foncteurs d'homotopie et foncteurs représentables. Théories d'homologie et cohomologie généralisées: K-théorie, cobordisme. Quelques applications élémentaires de la K-théorie et du cobordisme. Homologie avec coefficients locaux.

**MAT8280 Inférence dans les processus stochastiques**

Problèmes d'estimation dans les chaînes de Markov, dans les processus de ramification, dans les processus de Poisson, de naissance, de naissance et de mort. Applications aux phénomènes d'attente.

**MAT8380 Plans d'expériences**

Théorie et applications des modèles linéaires généraux. Analyse de variance des modèles à effets fixes et des modèles à effets variables. Construction de plans d'expériences et application aux problèmes de recherche expérimentale.

**MAT8480 Méthodes non paramétriques**

Statistique non paramétrique classique: tests de rang et tests de permutation, efficacité asymptotique relative de deux tests, tests d'ajustement, coefficients de corrélation (de Spearman, tau de Kendall); estimation robuste (médiane, moyennes tronquées). Initiation à l'estimation de la densité et à la régression non paramétrique: concepts de lissage et de choix de paramètre lissant; procédures simples de S-plus.

**MAT8581 Analyse de données multidimensionnelles**

Analyse en composantes principales. Analyse discriminante. Positionnement multidimensionnel. Analyse des correspondances. Corrélation canonique. Analyse factorielle. Clustering.

**MAT8780 Principes de simulation**

Nombre aléatoire. Simulation de lois classiques. Méthodes d'inversion et de rejet. Algorithmes spécifiques. Simulation des chaînes de Markov à temps discret et continu. Solution numérique des équations différentielles ordinaires et stochastiques. Méthode numérique d'Euler et de Runge-Kutta. Formule de Feynman-Kac. Discrétisation. Approximation faible et forte, explicite et implicite. Réduction de la variance. Analyse des données simulées. Sujets spéciaux.

**Modalité d'enseignement**

Le cours traite aussi bien des aspects pratiques (calcul sur ordinateur) que théoriques de la simulation.

**MAT8880 Consultation statistique**

Étude et analyse de données déjà recueillies en utilisant des statistiques descriptives, ainsi que des techniques de régression multiple, plans d'expérience, modèles linéaires généralisés.

**MAT8881 Séminaire de maîtrise en mathématique I**

Ce séminaire a pour but de favoriser l'accès à divers domaines spécialisés ou nouveaux en mathématiques fondamentales ainsi que l'initiation à la recherche.

**MAT8882 Séminaire de maîtrise en mathématique II**

Ce séminaire a pour but de favoriser l'accès à divers domaines spécialisés ou nouveaux en mathématiques fondamentales ainsi que l'initiation à la recherche.

**MAT8886 Séminaire de maîtrise en statistique I**

Ce séminaire a pour but de favoriser l'accès à divers domaines spécialisés ou nouveaux en statistique ainsi que l'initiation à la recherche.

**MAT898X Séminaire de biostatistique**

Ce séminaire a pour but de favoriser l'accès à divers domaines spécialisés ou nouveaux en biostatistiques ainsi que l'initiation à la recherche. Pour obtenir le descriptif du cours à contenu variable, consultez le lien suivant : <http://math.uqam.ca/mat898x-seminaire-de-biostatistique/>

**MAT9012 (Examen de synthèse; écrit) Partie générale****Objectifs**

Vérifier si l'étudiant a une connaissance adéquate de notions mathématiques élémentaires dans son domaine d'études doctorales.

**Sommaire du contenu**

L'étudiant devra choisir deux thèmes parmi les suivants: - Algèbre - Analyse - Informatique mathématique - Finance actuarielle - Statistique actuarielle - Probabilités - Statistique mathématique - Statistique appliquée

### **MAT9013 (Examen de synthèse; oral), Partie spécialisée**

#### Objectifs

Permettre à l'étudiant de démontrer sa capacité à la recherche dans le domaine choisi.

#### Sommaire du contenu

Cet examen de synthèse consiste en une présentation orale suivie d'une période de questions générales et spécifiques autour d'une thématique de recherche de l'étudiant. Un comité de trois professeurs, incluant soit un directeur ou un co-directeur ainsi que deux évaluateurs indépendants, est formé dans le but d'identifier la thématique à choisir en lien avec les travaux de recherche de l'étudiant et de procéder à cette évaluation orale. Le comité informe la direction de programme de ses conclusions en soumettant un bref rapport après l'examen.

### **MAT9130 Géométrie symplectique**

Mécaniques lagrangienne et hamiltonienne; forme symplectique standard sur l'espace des phases  $R^{2N}$ ; équations d'Hamilton; variétés symplectiques, sous-variétés isotropes et lagrangiennes. Exemples: CN, le fibré cotangent d'une variété et les variétés kahlériennes. Théorème de Kostant-Weinstein. Systèmes hamiltoniens et actions de groupes sur les variétés symplectiques. Fibrés symplectiques et indice de Maslov. Intersection lagrangienne.

#### Préalables académiques

MAT8131 Géométrie différentielle

### **MAT9140 Codes à longueur variable**

Codes préfixes, structure combinatoire des codes biprécédés, méthodes syntaxiques et séries formelles, groupes associés aux codes, méthodes probabilistes, conjugaison, factorisations du monoïde libre et bases de l'algèbre de Lie libre, factorisation des codes, équivalence commutative, semi-simplicité des algèbres syntaxiques des codes biprécédés.

### **MAT9180 Analyse de survie**

Lois de probabilité de survie, modèles de pannes. Estimation du taux d'arrivée; modèle à arrivées proportionnelles; données censurées (tronquées) et vraisemblance partielle. Inférence basée sur les rangs. Analyse d'expériences biologiques.

### **MAT9231 Géométrie riemannienne**

Variétés riemanniennes, connexions, géodésiques. Exemples de variétés riemanniennes. Courbure sectionnelle, de Ricci, scalaire. Lemme de Gauss, application exponentielle, théorème de Hopf-Rinow. Transport parallèle, holonomie, théorème d'irréductibilité et de De Rham. Variations première et seconde, champs de Jacobi, cut locus. Théorème de Bonnet-Myers, théorème de Synge, théorème de Cartan-Hadamard. Théorème de comparaison de Rauch, Alexandrov et Toponogov. Submersion riemannienne, espaces homogènes riemanniens, espaces symétriques, l'exemple de  $CP^n$ . Théorème de Hodge-De Rham. Théorème de Bochner. Volume, théorèmes de Bishop et de Heintze-Karcher. Sous-variétés, seconde forme fondamentale, équation de Gauss. Inégalités isopérimétriques. Géométrie spectrale. Théorème de finitude de Cheeger.

### **MAT9330 Théories cohomologiques**

Préliminaires sur les complexes simpliciaux et C.W.-complexes. Homotopie. Axiomes d'Eilenberg-Steenrod et axiomes d'une théorie cohomologique généralisée. Exemples: cohomologie singulière; fibrés vectoriels et K-théorie; cobordisme orienté et non orienté, homotopie stable. Produits dans ces théories. Spectres et théorèmes de représentation. Quelques applications: théorie des obstructions, formules d'indice, cobordisme d'immersions.

### **MAT9351 Combinatoire II**

Étude approfondie des séries génératrices en combinatoire. Caractérisation des séries rationnelles algébriques. D-finies. Séries

associées aux espèces de structures: séries génératrices et séries indicatrices, théorèmes de substitution. Application au dénombrement de types de structures et de structures asymétriques. Théorème de dissymétrie pour les arbres. Décompositions moléculaire et atomique d'une espèce. Foncteurs analytiques. Liens avec les fonctions symétriques et les représentations linéaires du groupe symétrique.

#### Préalables académiques

MAT7352 Combinatoire I

### **MAT9381 Méthodes asymptotiques en statistique**

Théorie et méthodes récentes en approximation asymptotique. Étude approfondie de la fonction de répartition échantillonnale et de ses applications.

### **MAT9400 Algèbre et combinatoire**

Monoïdes et algèbres libres. Inversion de Mobius dans les monoïdes de commutation; théorie des empilements. Applications à l'algèbre linéaire. Tableaux de Young, algorithme de Robinson-Schensted, partitions planes, formules des équerres. Fonctions symétriques, séries indicatrices. Étude de certains thèmes parmi les suivants: anneaux, théorie des invariants, combinatoire et algèbre commutative.

#### Préalables académiques

MAT7352 Combinatoire I

### **MAT9410 Analyse et combinatoire**

Interaction entre la combinatoire et l'analyse constructive unie et multidimensionnelle: l'inversion de Lagrange, théorème des fonctions implicites, itération de Newton-Raphson, équations différentielles et analyse numérique en général. Méthodes combinatoires pour les polynômes orthogonaux, les fractions continues et les fonctions spéciales; liaisons avec l'approche probabiliste de Karlin et McGrégor. Applications au dénombrement des structures et à la modélisation mathématique; par exemple: en physique statistique et en biologie moléculaire. Étude analytique et combinatoire des Q-séries. Méthodes d'analyse pour le dénombrement asymptotique.

#### Préalables académiques

MAT7352 Combinatoire I

### **MAT9430 Topologie des 3-variétés**

Préliminaires sur les variétés topologiques. Décomposition de Heegard. Les théorèmes de Papakyriakopoulos. Le théorème de décomposition en variétés premières et la conjecture de Kneser sur le produit libre. Surfaces plongées dans les 3-variétés, variétés de Haken, hiérarchies et la déformation d'équivalence d'homotopie. Espaces fibrés de Seifert. Décomposition des 3-variétés suivant une famille caractéristique de Tores. Structures géométriques sur les 3-variétés.

### **MAT9480 Statistique bayésienne et bayésienne empirique**

Théorie et méthodologie bayésiennes et bayésiennes empiriques avec des applications aux autres domaines de recherche.

### **MAT9580 Analyse de données discrètes**

Analyse de données catégoriques. Modèle log-linéaire. Modèle logistique. Analyse de diversité.

### **MAT993X Séminaire de géométrie différentielle et topologie**

Ce séminaire a pour but de favoriser les activités de recherche, l'éclosion et la diffusion d'idées nouvelles en géométrie différentielle et topologie. Pour obtenir le descriptif du cours à contenu variable, consultez le lien suivant : <http://math.uqam.ca/mat993x-seminaire-de-geometrie-differentielle-et-topologie/>

#### Modalité d'enseignement

Il comporte normalement au moins un exposé par étudiant inscrit.

### **MAT995X Séminaire de combinatoire**

Ce séminaire a pour but de favoriser les activités de recherche, l'éclosion et la diffusion d'idées nouvelles en mathématiques combinatoires. Pour obtenir le descriptif du cours à contenu variable,

consultez le lien suivant : <http://math.uqam.ca/mat995x-seminaire-de-combinatoire/>

Modalité d'enseignement

Il comporte normalement au moins un exposé par étudiant inscrit.

### **MAT998X Séminaire de statistique**

Ce séminaire a pour but de favoriser les activités de recherche, l'éclosion et la diffusion d'idées nouvelles en statistique. Pour obtenir le descriptif du cours à contenu variable, consultez le lien suivant : <http://math.uqam.ca/mat998x-seminaire-de-statistique/>

Modalité d'enseignement

Il comporte au moins un exposé par étudiant inscrit.

### **STT8330 Théorie de l'apprentissage statistique**

Objectifs

Définir les fondations théoriques de l'apprentissage statistique et de l'apprentissage machine ainsi qu'approfondir les connaissances de l'étudiant des modèles et méthodes communément employés.

Sommaire du contenu

Classes d'hypothèse. Fonctions de perte et de risque. Décomposition biais-complexité. Complexité algorithmique. Régularisation, stabilité et surapprentissage. Optimisation convexe. Révision des modèles d'apprentissage statistique classiques, tels les réseaux de neurones, à travers cette nouvelle perspective. Programmation dans un langage tel que R ou Python.

N.B. : Le masculin désigne à la fois les hommes et les femmes sans aucune discrimination et dans le seul but d'alléger le texte.  
Cet imprimé est publié par le Registrariat. Basé sur les renseignements disponibles le 23/03/26, son contenu est sujet à changement sans préavis.  
Version Hiver 2023